BAC 1992 SESSION PRINCIPALE

EXERCICE 1

hors programme

EXERCICE 2

Soit n un entier naturel non nul et f_n la fonction numérique à variable réelle définie par : $\begin{cases} f_n(x) = x(\text{Log}x)^n ; \forall x > 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$

1/ Etudier la continuité et la dérivabilité des fonctions f_1 et f_2 sur $[0,+\infty[$.

2/ Etudier les variations de f_1 et f_2 et tracer leurs courbes représentatives dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

3/ On définie la suite (u_n) définie sur IN* par $u_n = \int_1^e f_n(x)dx$.

a- Déterminer que la suite (u_n) est décroissante.

b- Démontrer que $\forall n \in IN^* ; u_n \geq 0$.

c- Démontrer que $\forall n \in IN^* ; u_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2}u_n$.

En déduire que $\forall n \in IN^* ; u_n \leq \frac{e^2}{n+1}$.

d- Déterminer la limite de la suite (u_n) quand n tend vers $+\infty$.

PROBLEME

Dans le plan orienté on considère un triangle équilatéral IBC tel que $\left(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par ($\mathcal{C}$) le cercle de centre I et de rayon IB et par H le milieu de [BC]. La demi-droite [HI) coupe le cercle ($\mathcal{C}$) au point A. Soit A' le symétrique de A par rapport à la droite (CI).

1/a- Montrer que A'C=AB.

b- Soit R la rotation qui transforme B en C et A en A'. Déterminer son centre et une mesure de son angle.

2/ La droite (CI) recoupe le cercle ($\mathcal{C}$) au point D. On désigne par $S_{(BD)}$ et $S_{(AH)}$ les symétries orthogonales d'axes respectifs (DB) et (AH). On pose $f = S_{(AH)} \circ S_{(BD)}$ et $I' = S_{(BD)}(I)$.